



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - ay = 2 \\ ax - y = a + 1 \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro  $a$ . Resolverlo cuando la solución sea única.
- (1 punto). Determinar para qué valor o valores de  $a$  el sistema tiene una solución en la que  $y = 2$ .

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - ay = 2 \\ ay + z = 1 \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos). Discutir la posición relativa de las dos rectas  $r$ ,  $s$  según los valores del parámetro  $a$ .
- (1,5 puntos). Si  $a = 1$ , calcular la distancia mínima entre las dos rectas  $r$ ,  $s$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

Estudiar los siguientes límites:

a) (1 punto).  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$

b) (1 punto).  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x + 5^x}{3^x + 6^x}$

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Obtener los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

siendo  $\ln(x)$  el logaritmo neperiano de  $x$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la siguiente matriz de orden  $n$ :

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 9 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & 9 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz  $A_2$ .
- (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz  $A_3$ .
- (2 puntos). Calcular el determinante de la matriz  $A_5$ .

### Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1,5 puntos). Para cada valor de  $c > 0$ , calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función:

$$f(x) = cx^4 + \frac{1}{c}x^2 + 1,$$

el eje  $OX$  y las rectas  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

b) (1,5 puntos). Hallar el valor de  $c$  para el cual el área obtenida en el apartado a) es mínima.

### Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los puntos  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 0, -1)$ ,  $C(0, 1, -2)$  y  $D(1, 2, 0)$ , se pide:

- (0,5 puntos). Demostrar que los cuatro puntos no son coplanarios.
- (1 punto). Hallar la ecuación del plano  $\pi$  determinado por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- (0,5 puntos). Hallar la distancia del punto  $D$  al plano  $\pi$ .

### Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el plano  $\pi \equiv 3x + 2y - z + 10 = 0$  y el punto  $P(1, 2, 3)$ , se pide:

- (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta  $r$  perpendicular al plano  $\pi$  que pasa por el punto  $P$ .
- (0,5 puntos) Hallar el punto  $Q$  intersección de  $\pi$  y  $r$ .
- (0,5 puntos) Hallar el punto  $R$  intersección de  $\pi$  con el eje  $OY$ .
- (0,5 puntos) Hallar el área del triángulo  $PQR$ .